

Lista de Exercícios 08

Cálculo- λ

Exercício 01) Considere os seguintes termos- λ .

- $\lambda x. xy\lambda z. xz$
- $(\lambda x. xy) \lambda z. w\lambda w. wzyx$
- $x\lambda z. x\lambda w. wzy$
- $\lambda x. xy\lambda x. yx$

Para cada um desses termos- λ , faça:

- a) Sem alterar a semântica do termo original, reescreva-o colocando parênteses externos em cada aplicação e abstração para deixar clara a precedência dessas operações. Dica: use um espaço entre as duas partes da aplicação para deixá-la visualmente mais aparente.
- b) Agora encontre o conjunto de variáveis livres para o termo- λ obtido no item (a).
- c) Finalmente, renomeie as variáveis do termo- λ obtido no item (b) usando α -conversão seguindo a convenção de Barendregt. Dica: em caso de conflito entre duas variáveis x de mesmo nome, use a estratégia de renomeá-las de x_1 e x_2 .

Exercício 02) Encontre o resultado após a aplicação das seguintes substituições mostrando os passos intermediários de equivalência.

- a) $((f (\lambda x. x y)) (\lambda z. x y z)) [x := g]$
- b) $((\lambda x. f x) (\lambda f. f x)) [f := (g x)]$
- c) $(\lambda x. \lambda y. f x y) [y := x]$
- d) $(\lambda f. \lambda y. f x y) [x := (f y)]$

Exercício 03) Considere a gramática seguinte que descreve termos- λ sem ambiguidade e responda.

```

<expr> ::= <atom> | <app> | <fun>
<atom> ::= <head> | <app>
<head> ::= <var> | ( <fun> )
<app>  ::= <head> <atom> | <app> <atom>
<fun>  ::=  $\lambda$ <var>.<expr>

```

- a) Baseado nessa gramática, mostre a árvore de derivação para o termo- λ $\lambda x. \lambda y. x y z$.
- b) Baseado na árvore de derivação obtida no item (a), o que se pode dizer sobre a associatividade e precedência das aplicações e abstrações dessa gramática. Justifique sua resposta.

Exercício 04) A partir das abstrações das bibliotecas vistas nos slides, mostre a β -forma normal das seguintes expressões. Mostre as β -reduções intermediárias passo a passo. Dica: expanda poucas abstrações por vez.

- a) $(\lambda x. (ADD (MUL N3 x) N1)) N2$
- b) $S K K x$